DATI

$$l_1 = 1.5 \text{ m}$$

$$l_2 = 3.8 \text{ m}$$

$$l_3 = 2.0 \text{ m}$$

$$H = 2.5 \text{ m}$$

CARICHI

$$G_{k1} = 12 \text{ kN/m}$$

$$G_{k2} = 14 \text{ kN/m}$$

$$S_k = 8 \text{ kN/m}$$

(Destinazione d'uso residenziale)

VINCOLI: traslazione dei nodi fuori dal piano impeditiBREV. RISOLUZIONE

- 1) STATICA: Risolvere lo schema statico e disegnare i diagrammi delle sollecitazioni indicando i valori estremi
- 2) QUESITI: Adottando per l'asta AD una sez. rettangolare $b \times h = 250 \times 350 \text{ mm}^2$, $c = 40 \text{ mm}$ (copriferro)
 - 2.1) dimensionare e disegnare le armature longitudinali usando $\phi 16$ e verificare la sezione più sollecitata allo SLU
 - 2.2) dimensionare e verificare allo SLU le armature a taglio usando st. $\phi 8/2 \text{ br.}$
 - 2.3) verificare lo SL delle tensioni di esercizio

SVOLGIMENTO

MATERIALI: calcestruzzo C28/35, acciaio B450C

1) STATICA

REAZIONI VINCOLARI - struttura piana isostatica
CE (asta) rappresenta un pendolo

Eq. trasl. orizzontale $X_A + X_E = 0$

Eq. rotazione (Polo in B, tratto BD)

$$Y_E \cdot L_2 - P \frac{(L_2 + L_3)^2}{2} = 0 \rightarrow Y_E = \frac{P (L_2 + L_3)^2}{2L_2}$$

Eq. trasl. verticale $Y_A + Y_E - P(L_2 + L_3) = 0$

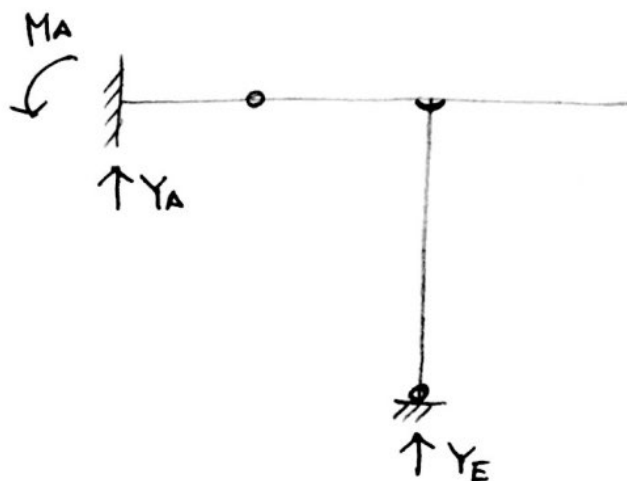
$$Y_A = \frac{P (L_2^2 - L_3^2)}{2L_2}$$

Eq. rotazione (Polo in B, tratto AB)

$$M_A - Y_A \cdot L_1 = 0 \rightarrow M_A = \frac{P (L_2^2 - L_3^2)}{2L_2} \cdot L_1$$

Il carico allo SLU risulta: $P = P_{SLU} = \gamma_{G1} \cdot G_{k1} + \gamma_{G2} \cdot G_{k2} + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}$
 $= 1.3 \cdot 12 + 1.5 \cdot 14 + 1.5 \cdot 8 = 48,6 \text{ kN/m}$

REAZIONI VINCOLARI



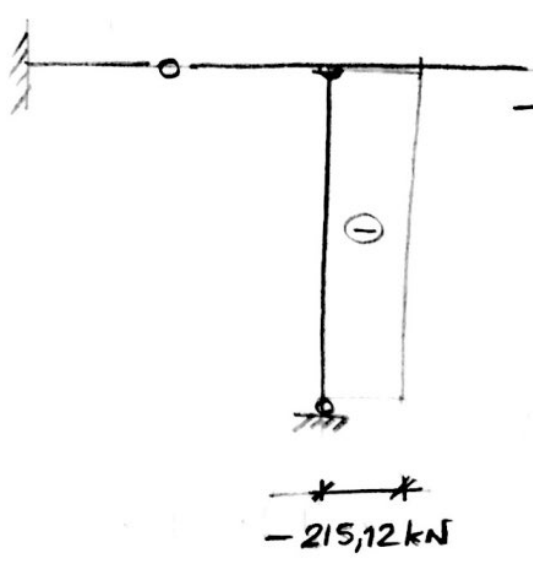
$$M_A = 100,14 \text{ kNm}$$

$$Y_A = 66,76 \text{ kN}$$

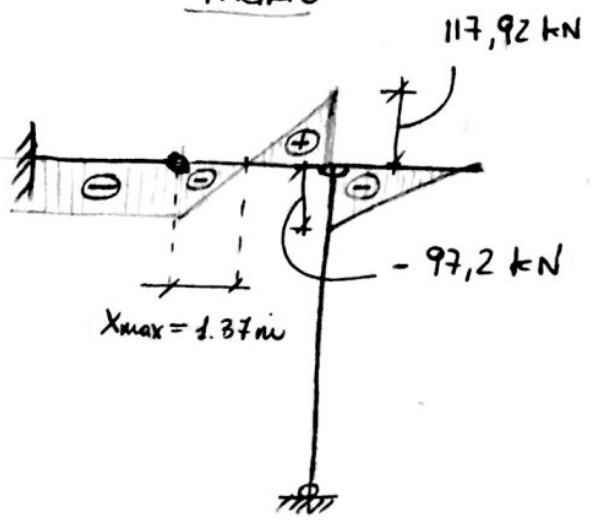
$$Y_E = 215,12 \text{ kN}$$

SOLLECITAZIONI

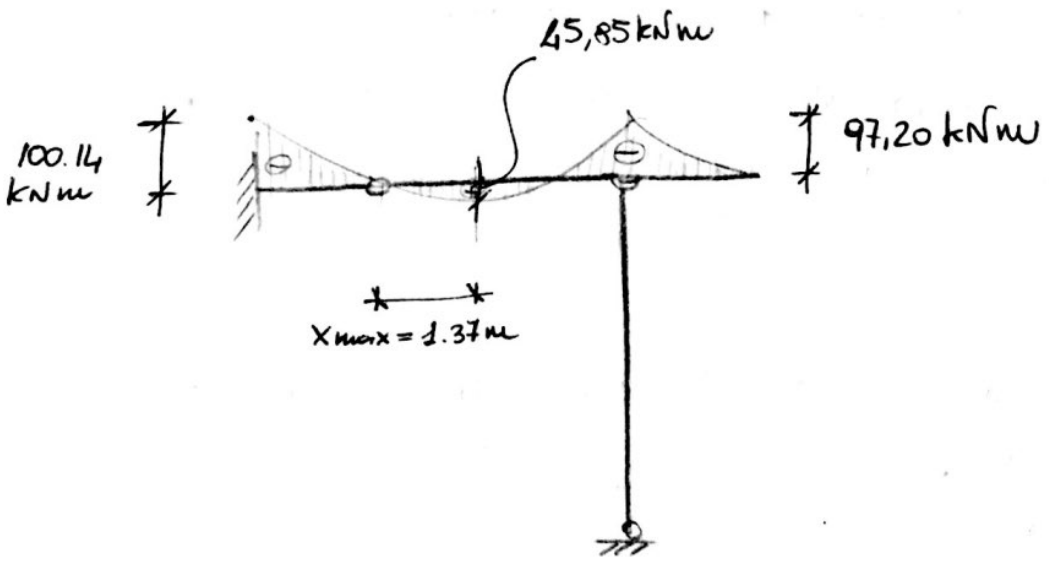
SFORZO NORMALE



TAGLIO



MOMENTO FLETTENTE



PARATERISTICHE DEI MATERIALI

Calcestruzzo C28/35 : $f_{ck} = 28 \text{ MPa}$ ($\gamma_c = 1,5$)
 $f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 15,86 \text{ MPa}$; $\epsilon_{cu} = 3,5\%$.

Acciaio B450 C : $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$, $E_s = 200 \text{ GPa}$
 $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 391 \text{ MPa}$, $\epsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s} = 1,96\%$.

2.1) DIMENSIONARE E DISEGNARE LE ARMATURE LONG. E VERIFICARE LA SEZ. PIU' SOLLECITATA PAG.

Si progettano le armature longitudinali tese per la sollecitazione di flessione massima allo SLU

DIMENSIONAMENTO ARMATURE LONG. (sez. trave $25 \times 35 \text{ cm}^2$)
con copriferro $c = 4 \text{ cm}$

Sez. Xmax

$$M_{Ed} = 45,85 \text{ kNm}$$

$$A_{s1, \min 1} = \frac{M_{Ed}}{0,9 d f_{yd}} = 4,20 \text{ cm}^2$$

$$d = h - c = 31 \text{ cm}$$

Minimo di armatura tesa (NTC08)

$$A_{s1, \min 2} = \max \left(0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d ; 1,3 \cdot 10^{-3} \cdot b \cdot d \right) = 1,15 \text{ cm}^2$$

$$\text{dove } f_{ctm} = 0,3 f_{ctk}^{2/3} = 2,56 \text{ MPa}$$

In definitiva:

$$A_{s1, \min} = \max (A_{s1, \min 1} ; A_{s1, \min 2}) = 4,20 \text{ cm}^2$$

Impiegando barre $\phi 16$ ($A_{s1} = 2,01 \text{ cm}^2$) il numero di barre

$$\text{necessarie } \bar{n}_{s1} = \frac{A_{s1, \min}}{A_{s1}} = 2,1 \rightarrow n_{s1} = 3$$

Sez. A e C

$$M_{Ed} = 100,14 \text{ kNm} \quad (\text{il momento in C } \bar{e} \text{ di poco inferiore})$$

$$A_{s1, \min 1} = \frac{M_{Ed}}{0,9 d f_{yd}} = 9,17 \text{ cm}^2 \quad (\text{che soddisfa anche il minimo di arm. tesa da NTC08})$$

Impiegando barre $\phi 16$ ($A_{s1} = 2,01 \text{ cm}^2$) il numero

$$\text{necessario } \bar{n}_{s1} = \frac{A_{s1, \min}}{A_{s1}} = 4,6 \rightarrow n_{s1} = 5$$

Sez. A

$$V_{Ed} = 66,76 \text{ kN}$$

Nei appoggi di estremità è necessario disporre all'intradosso un'armatura calcolata per uno sforzo di trazione pari al taglio.
(4.1.6.1.1, NTC08)

$$A_{sv, min} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd}} = 1,71 \text{ cm}^2$$

Impiegando barre $\phi 16$ ($A_{s1} = 2,01 \text{ cm}^2$) il numero necessario

$$\bar{n}_{sv} = \frac{A_{sv, min}}{A_{s1}} = 0,9 \rightarrow n_{sv} = 2$$

Massimo per l'armatura tesa o compressa (NTC08):

$$A_{s, max} = 0,04 \cdot A_c = 35 \text{ cm}^2$$

DISEGNO DELLE ARMATURE LONGITUDINALI

Per disegnare l'armatura dimensionata, si può fare riferimento al diagramma dei momenti resistenti del solo acciaio teso:

$$M_{rd, s1} = A_{s1, eff} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yd} \quad (A_{s1, eff}: \text{area di armatura tesa effettiva})$$

$$M_{rd, s1} (2\phi 16) = 43 \text{ kNm}$$

$$M_{rd, s1} (3\phi 16) = 65 \text{ kNm}$$

$$M_{rd, s1} (5\phi 16) = 110 \text{ kNm}$$

Affinché le armature risultino efficaci è necessario che siano ancorate adeguatamente: LUNGHEZZA DI ANCORAGGIO

$$l_b = \frac{f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \phi \approx 36 \cdot \phi \approx 58 \text{ cm} \quad (l_a = 40\phi = 64 \text{ cm})$$

$$\eta = 1 (\phi \leq 32 \text{ mm})$$

dove $f_{bd} = 2,25 \eta \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = 2,693 \text{ MPa}$ dove $f_{ctk} = 0,7 f_{ctk} = 0,21 f_{ctk}^{2/3} = 1,79 \text{ MPa}$

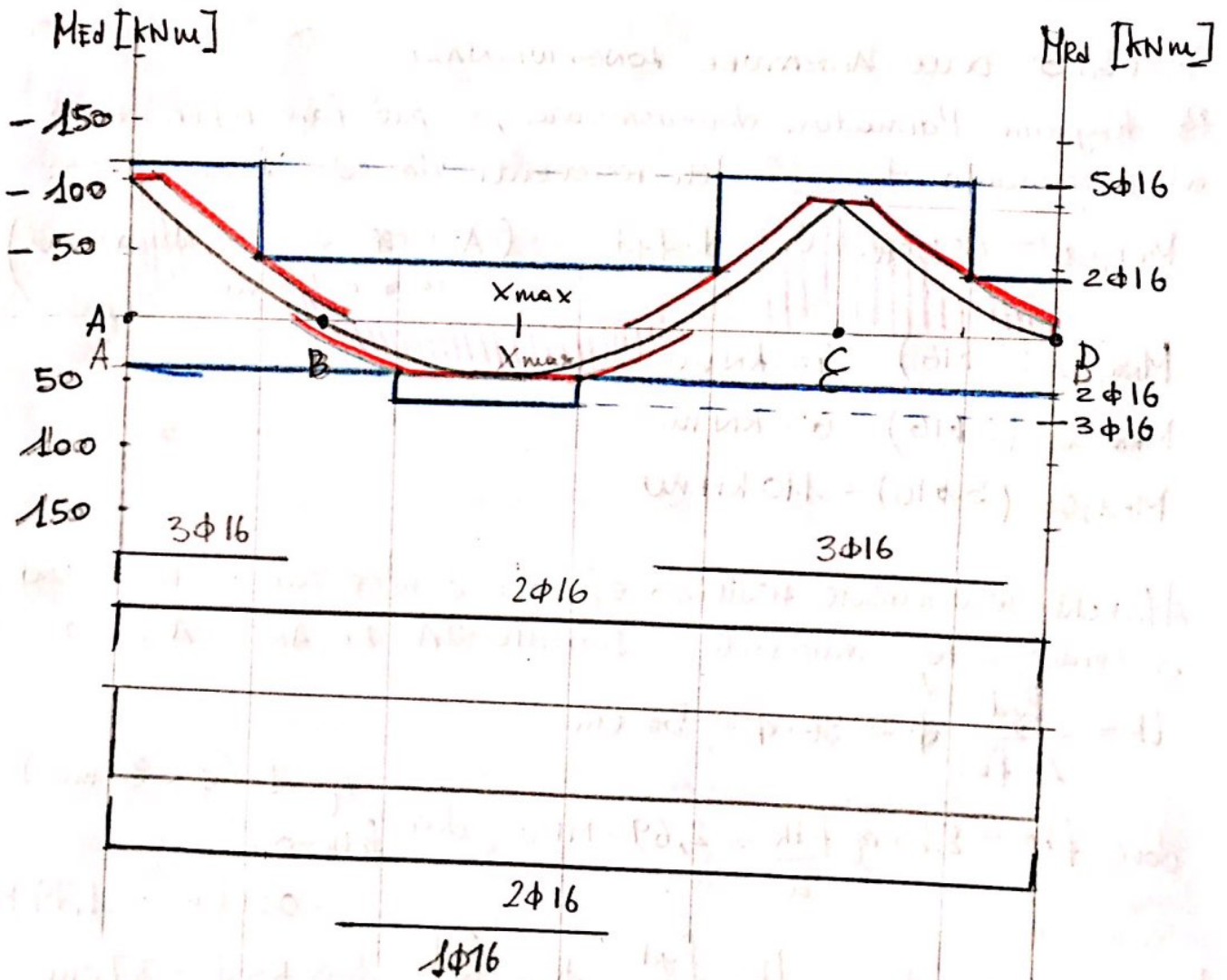
tensione di aderenza ultima cls

Ancoraggio in zona tesa: $l_b = \frac{f_{yd}}{4 \cdot f_{bd, rid}} \phi = \frac{f_{yd}}{4 \cdot \frac{f_{bd}}{1,5}} \phi \approx 55 \phi \approx 87 \text{ cm}$

	MED [kNm]	Ved [kN]	As,min [cm ²]	Asv,min [cm ²]	Φ, Ares	Mrd [kNm]
A sup	100,14	-	9,17	-	5φ16 As = 10,05	110
A inf	-	66,76	-	1,71	2φ16 As = 4,02	43
BC inf	45,85	-	4,20	-	3φ16 As = 6,03	65
C sup	97,20	117,92	9,17	-	5φ16 As = 10,05	110
C inf	-	97,2	-	2,49	2φ16 As = 4,02	43

Il diagramma del momento resistente deve essere traslato di $z = 0,9d$, per tenere conto dell'effetto del taglio:

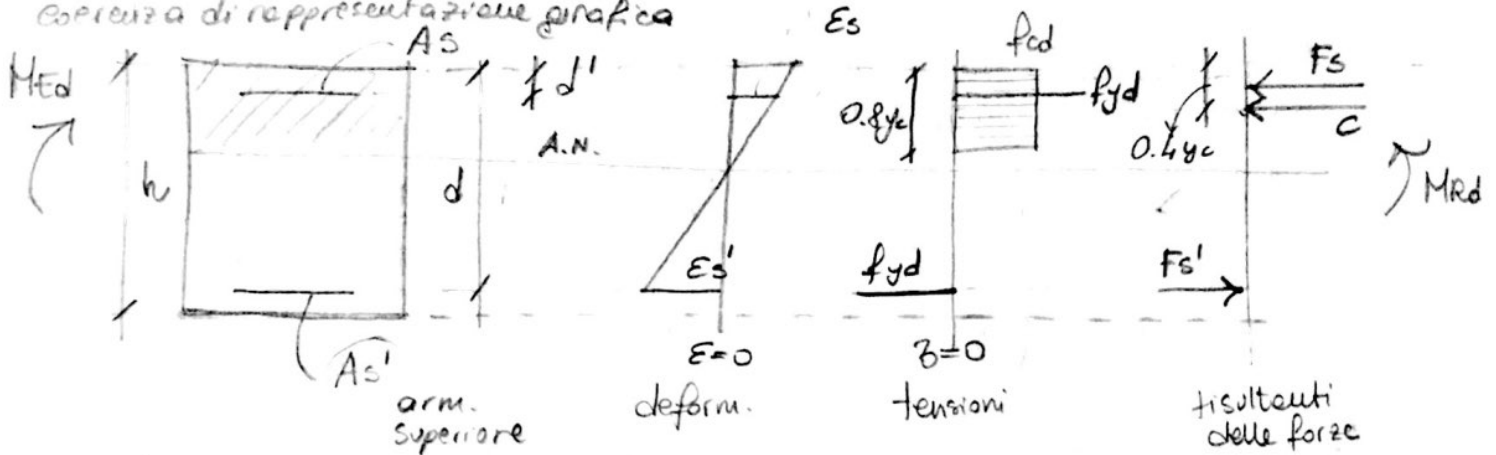
$z \cong 28 \text{ cm}$



VERIFICA

La sezione più sollecitata A da verificare, presenta le seguenti caratteristiche: $b = 250 \text{ mm}$ $d = 310 \text{ mm}$ $A_{s1} (5\phi 16) = 1005 \text{ mm}^2$
 $h = 350 \text{ mm}$ $d' = c = 40 \text{ mm}$ $A_{s2} (2\phi 16) = 402 \text{ mm}^2$

Inverti la sezione per esigenze di rappresentazione grafica



$A_{s1} = A_{s1} = 10.05 \text{ cm}^2$
 $A_c = A_{s2} = 4.02 \text{ cm}^2$

IPOTESI SEMPLIFICATIVA: $\epsilon_{s1} = \epsilon_s = \epsilon_{sy} \rightarrow \sigma_{s1} = \sigma_s = f_{yd}$

$F_{s1} - C - F_s = 0$

$F_s = A_s f_{yd}$, $F_{s1} = A_{s1} f_{yd}$, $C = 0.8 b y_c f_{cd}$

$A_{s1} f_{yd} - 0.8 b y_c f_{cd} - A_s f_{yd} = 0$

$y_c = \frac{f_{yd} (A_{s1} - A_s)}{0.8 b f_{cd}} = \frac{39.1 (10.05 - 4.02)}{0.8 \cdot 25 \cdot 1.59} = 7.41 \text{ cm}$

Calcolo il MOMENTO RESISTENTE A FLESSIONE:

Equilibrio alla rotazione (polo nel pto di applicazione di C)

$A_s f_{yd} (0.4 y_c - d') + A_{s1} f_{yd} (d - 0.4 y_c) = M_{rd}$
 $-162,8 \text{ kNm} + 11016,9 \text{ kNm} = 108,5 \text{ kNm}$

$M_{rd} > M_{ed}$ VERIFICA SODDISFATA

DIMENSIONARE E VERIFICARE ALLO SLU LE
ARMATURE DI TAGLIO

$$V_{Ed} = 117,92 \text{ kN}$$

Si utilizzano staffe (ortogonali all'asse dell'elemento),
 $\phi 8/2 \text{ br.}$, $\alpha = 90^\circ$

Calcolo il passo delle staffe partendo dal minimo di
norma (NTC08 - 4.1.6)

$$\frac{A_{st}}{s} \geq 1,5b \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

b: spessore minimo
dell'anima in mm

$$s \leq \min(0,33 \text{ m}; 0,8d)$$

$$\frac{A_{st}}{1,5b} \geq s$$

$$A_{sw} = n_{br} \cdot A_{st} = 2 \cdot 50 \text{ mm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{st}}{s} \geq 375 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \rightarrow s \leq \frac{A_{st}}{375} = 0,26 \text{ m}$$

$$s \leq \min(0,33 \text{ m}; 0,248 \text{ m})$$

$$\text{Scelgo } s = 0,23 \text{ m} \rightarrow \frac{A_{st}}{s} = 434,78 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Ponendo $V_{Rcd} = V_{Rsd}$, si ricava il valore ottimale di $\cotan \theta$:

$$1 \leq \cotan \theta \leq 2,5$$

$$\cotan \theta = \sqrt{\frac{1}{\mu_{sw} \cdot \sin \alpha} - 1}$$

$$\mu_{sw} = \frac{f_{yd} A_{sw}}{0,5 f_{cd} \alpha_c b_w s}$$

con $\alpha_c = 1$: caso FLESSIONE
SEMPLICE

$$= \frac{391 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ mm}}{0,5 \cdot 15,86 \text{ MPa} \cdot 250 \text{ mm} \cdot 230 \text{ mm}} = 0,086$$

$$\rightarrow \cotan \theta = 3,26 \Rightarrow \underline{\cotan \theta = 2,5}$$

VERIFICA A TAGLIO :

Taglio Resistente ultimo dell'armatura:

$$V_{Rds} = 0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot \cotan \theta = 118,6 \text{ kN}$$

Taglio Resistente ultimo del calcestruzzo

$$V_{Rdc} = 0.9 \cdot d \cdot b \cdot \alpha_c \cdot 0.5 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cotan \theta}{1 + \cotan^2 \theta} = 191,2 \text{ kN}$$

In definitiva:

$$V_{Rd} = \min(V_{Rds}, V_{Rdc}) = 118,6 \text{ kN} > V_{Ed} = 117,92 \text{ kN}$$

Si dispongono staffe $\phi 8/23$ a 2 bracci su tutta la trave.

DIMENSIONAMENTO ARMATURA PILASTRO

Il pilastro CE risulta soggetto solo a compressione:

$$N_{Ed} = 215,12 \text{ kN}$$

Minimi di armatura (NTC08) - ARM. LONGITUDINALE

$$A_{s \min} = \frac{0.10 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} \quad ; \quad A_{s1} \geq 0.003 A_c = 2.62 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{0.10 \cdot 215 \text{ kN}}{39.1 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 0.55 \text{ cm}^2$$

$$\phi_{L \min} = 12 \text{ mm} \rightarrow 4 \phi 12 : A_s (4 \phi 12) = 4.52 \text{ cm}^2$$

ARM. TRASVERSALE

$$s \leq (12 \phi_{L \min} ; 250 \text{ mm}) = 14,4 \text{ cm} \rightarrow s = 14 \text{ cm}$$

$$\phi_{st} \geq (6 \text{ mm} , \frac{1}{4} \phi_{L \max}) = 6 \text{ mm} \rightarrow \phi_{st} = 8 \text{ mm}$$

La verifica in condizioni di esercizio viene condotta sulla trave più proporzionata allo SLU, con riferimento al comportamento della sezione in FASE II nella sezione maggiormente sollecitata A.

SOLLECITAZIONI DI PROGETTO

Per la distribuzione dei carichi assegnata, le sollecitazioni sono proporzionali all'intensità del carico e quindi, note le sollecitazioni allo SLU, le sollecitazioni di progetto relative alle combinazioni d'interesse possono ricavarsi da una semplice proporzione. Il momento massimo si ottiene ancora nell'appoggio A:

COMBINAZIONE SLE - RARA : $P_{RARA} = G_{k1} + G_{k2} + Q_{k1} = 34 \frac{kN}{m}$

i coeff. parziali allo SLE sono $\gamma_{G1} = \gamma_{G2} = \gamma_{Q1} = 1.0$

$$M_{ED, RARA} = \frac{M_{ED, SLU}}{P_{SLU}} \cdot P_{RARA} = 77,05 \text{ kNm}$$

COMBINAZIONE SLE - QUASI PERMANENTE :

$$P_{QPERM} = G_{k1} + G_{k2} + \psi_{21} \cdot Q_{k1} = 28,4 \frac{kN}{m}$$

i coeff. parziali allo SLE sono $\gamma_{G1} = \gamma_{G2} = \gamma_Q = 1.0$
e quelli di combinazione $\psi_{21} = 0.3$ (cat. A - uso residenziale)

$$M_{ED, QPERM} = \frac{M_{ED, SLU}}{P_{SLU}} \cdot P_{QPERM} = 64.51 \text{ kNm}$$

TENSIONI MASSIME NEI MATERIALI

POSIZIONE ASSE NEUTRO

La posizione dell'Asse Neutro si ricava dall'equilibrio alla traslazione della sezione, che esprime l'annullarsi del momento statico della sezione rispetto omopemizzata rispetto all'asse neutro ($S_n^* = 0$):

$$y_c^2 \frac{b}{2} + y_c (n A_s + n A_s') - (n A_s d' + n A_s' d) = 0 \quad (n=15)$$

Risolvendo l'eq. di II grado si ricava:

$$y_c = 13.11 \text{ cm}$$

Il MOMENTO D'INERZIA della sezione rispetto omopemizzata rispetto all'asse neutro:

$$\begin{aligned} I^{\textcircled{2}} &= \frac{1}{3} y_c^3 b + n A_s (y_c - d')^2 + n A_s' (y_c - d)^2 = \\ &= 72046 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Le TENSIONI MASSIME nel calcestruzzo compresso e nell'acciaio teso risultano:

$$\sigma_{c \max, \text{RARA}} = \frac{|M_{\text{ED RARA}}|}{I^{\textcircled{2}}} y_c = 12.75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c \max, \text{OPERM}} = \frac{|M_{\text{ED OPERM}}|}{I^{\textcircled{2}}} y_c = 10.65 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s \max, \text{RARA}} = n \cdot \frac{|M_{\text{ED RARA}}|}{I^{\textcircled{2}}} (d - y_c) = 260 \text{ MPa}$$

VERIFICA TENSIONI MASSIME

$$\sigma_{c \max, \text{RARA}} < 0.60 f_{ck} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c \max, \text{OPERM}} < 0.45 f_{ck} = 11.25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s \max, \text{RARA}} < 0.80 f_{yk} = 360 \text{ MPa}$$