

Esercitazione 5

Lezione 09.11.2017

Progetto elementi in acciaio

Per la struttura rappresentata in Figura 26, assumendo che sia in acciaio, progettare la trave AD e verificarne la capacità resistente con il metodo plastico.

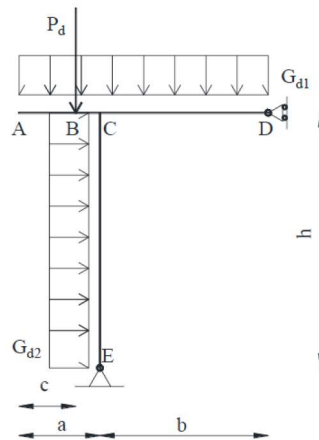


FIGURA 26: Geometria e carichi dell'esercitazione 3

Geometria				Carichi		
a [m]	b [m]	c [m]	h [m]	G_{d1} [kN/m]	G_{d2} [kN/m]	P_d [kN]
0.9	1.6	0.4	3.8	300	230	280

Acciaio: tensione di snervamento caratteristica: $f_{yk} = 440 \text{ MPa}$

Dall'esercitazione 1 si ottengono le reazioni vincolari e le sollecitazioni inerenti alla struttura, necessari per il progetto degli stessi elementi. Di seguito si riporta la tabella riassuntiva delle sollecitazioni agenti e i relativi diagrammi delle sollecitazioni.

N [kN]			T [kN]			M [kNm]		
Elemento								
AC	CD	CE	AC	CD	CE	AC	CD	CE
0	469.24	1030	-550	480	469.24	-261.5	-384	356.2

TABELLA 6: Riassunto sollecitazioni agenti sugli elementi

Diagrammi delle sollecitazioni

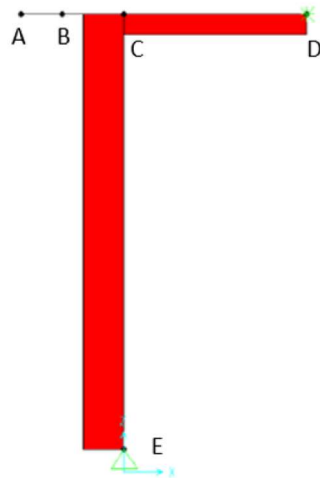


FIGURA 27: Sforzo normale

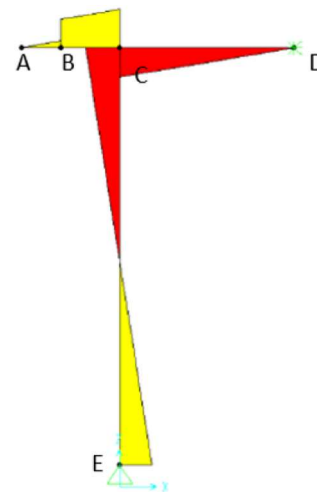


FIGURA 28: Taglio

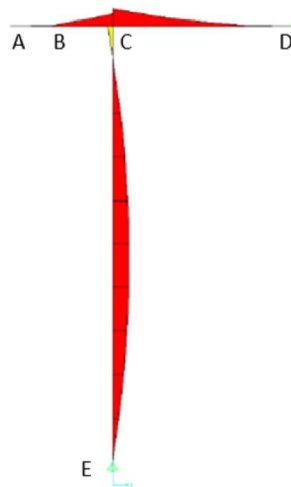


FIGURA 29: Momento flettente

Progetto della trave in acciaio

Momento di progetto:

$$M_{Ed} = \max(|M_{AC}|, |M_{CD}|) = |M_{CD}| = 384kNm$$

1. Predimensionamento della sezione

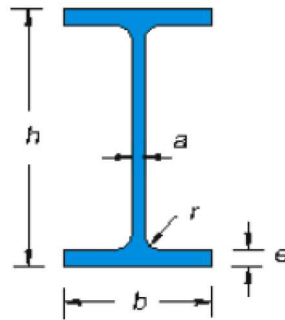
- Tensione di snervamento di progetto:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = 419.048 \text{ Mpa}$$

dove il coefficiente di sicurezza per la resistenza delle membrature è $\gamma_{M0} = 1.05$

- Modulo plastico minimo della sezione:

$$W_{pl,min} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{38400}{41.9048} = 916.36cm^3$$



Sigla	b mm	h mm	a mm	e mm	r mm	Peso kg/m	Sezione cm ²	Momenti di inerzia		Moduli di resistenza				Raggi di inerzia	
								Jx cm ⁴	Jy cm ⁴	Wx cm ³	Wx(pl) cm ³	Wy cm ³	Wy(pl) cm ³	ix cm	iy cm
80	46	80	3.8	5.2	5	6	7.64	80.14	8.49	20.03	23.22	3.69	5.82	3.24	1.05
100	55	100	4.1	5.7	7	8.1	10.32	171	15.92	34.2	39.41	5.79	9.15	4.07	1.24
120	64	120	4.4	6.3	7	10.4	13.21	317.8	27.67	52.96	60.73	8.65	13.58	4.9	1.45
140	73	140	4.7	6.9	7	12.9	16.43	541.2	44.92	77.32	88.34	12.31	19.25	5.74	1.65
160	82	160	5	7.4	9	15.8	20.09	869.3	68.31	108.7	123.86	16.66	26.10	6.58	1.84
180	91	180	5.3	8	9	18.8	23.95	1,317	100.9	146.3	166.41	22.16	34.60	7.42	2.05
200	100	200	5.6	8.5	12	22.4	28.48	1,943	142.4	194.3	220.64	28.47	44.61	8.26	2.24
220	110	220	5.9	9.2	12	26.2	33.37	2,772	204.9	252	285.41	37.25	58.11	9.11	2.48
240	120	240	6.2	9.8	15	30.7	39.12	3,892	283.6	324.3	366.65	47.27	73.92	9.97	2.69
270	135	270	6.6	10.2	15	36.1	45.95	5,790	419.9	428.9	484.00	62.2	96.95	11.23	3.02
300	150	300	7.1	10.7	15	42.2	53.81	8,356	603.8	557.1	628.36	80.5	125.22	12.46	3.35
330	160	330	7.5	11.5	18	49.1	62.61	11,770	788.1	713.1	804.33	98.52	153.68	13.71	3.55
360	170	360	8	12.7	18	57.1	72.73	16,270	1,043	903.6	1019.15	122.8	191.10	14.95	3.79
400	180	400	8.6	13.5	21	66.3	84.46	23,130	1,318	1,156	1307.15	146.4	229.00	16.55	3.95
450	190	450	9.4	14.6	21	77.6	98.82	33,740	1,676	1,500	1701.79	176.4	276.38	18.48	4.12
500	200	500	10.2	16	21	90.7	115.5	48,200	2,142	1,928	2194.12	214.2	335.88	20.43	4.31
550	210	550	11.1	17.2	24	106	134.4	67,120	2,668	2,441	2787.01	254.1	400.54	22.35	4.45
600	220	600	12	19	24	122	156	92,080	3,387	3,069	3512.40	307.9	485.65	24.3	4.66

TABELLA 7: Travi IPE ad ali parallele - UNI 5398-78

Scelta della sezione

$IPE\ 360 \Rightarrow W_{x,pl} = 1019\ cm^3$

h [m]	b [m]	a [m]	e [m]	r [m]	A [cm ²]
360	170	8.0	12.7	18.0	72.73

Verifica della sezione C, tratto CD

$N_{Ed} = N_{CD} = 466.29\ kN$

$V_{Ed} = V_{cd} = 480\ kN$

$M_{Ed} = M_{Cd} = 384\ kNm$

Calcolo del momento resistente plastico

Verifica a taglio:

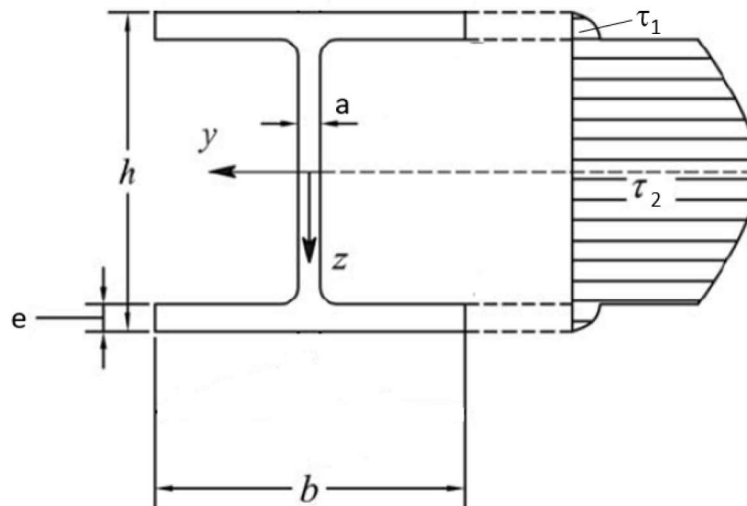


TABELLA 8: Travi IPE ad ali parallele - UNI 5398-78

- Area di taglio:

$$A_{v,pl} = A - 2 \cdot b \cdot e + (a + 2r) \cdot e = 35.14\ cm^2$$

- Resistenza di calcolo a taglio:

$$V_{R,pl} = A_{v,pl} \frac{f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 850.12\ kN$$

$$V_{Ed} = 480\ kN \Rightarrow V_{R,pl} > V_{Ed}$$

Verificato

NTC 08

Nel calcolo del *momento flettente* resistente devono essere considerati (se presenti) anche lo *sfuerzo assiale* e *taglio*.

A) $\frac{V_{Ed}}{V_{R,pl}} < 0.5 \Rightarrow$ Resistenza a flessione della sezione può essere calcolata con le formule per la tenso/presso-flessione

B) $\frac{V_{Ed}}{V_{R,pl}} > 0.5 \Rightarrow$ si assume una **tensione di snervamento ridotta**:

$$f_{y,rid} = (1 - \rho) \cdot f_{yk}$$

dove:

$$\rho = \left[\frac{2V_{Ed}}{V_{c,Rd}} - 1 \right]^2$$

Nel caso in oggetto:

$\frac{V_{Ed}}{V_{R,pl}} = 0.565 > 0.5 \Rightarrow$ Considero una tensione di snervamento ridotta, dove:

$$\rho = 0.017$$

$$f_{y,rid} = 412 \text{ MPa}$$

Verifica della classe della sezione

Le sezioni trasversali degli elementi strutturali si classificano in funzione della loro capacità rotazionale.

Classe 1: sezione in grado di sviluppare la **cerniera plastica** senza subire riduzione della resistenza;

Classe 2: sezione che sviluppa il **momento resistente plastico** con una capacità rotazionale limitata;

Classe 3: sezioni in cui le tensioni calcolate sulle fibre estreme compresse possono raggiungere la **tensione di snervamento** senza raggiungere il **momento resistente plastico**;

Classe 4: calcolo la resistenza tenendo conto degli **effetti di instabilità locale**. Nel calcolo della resistenza si considera la sezione efficace.

Resistenza di calcolo allo sforzo normale

$$N_{plV,Rd} = (A - A_{V,pl}) \cdot f_{yd} + A_{V,pl} \cdot f_{y,rid} =$$

$$= (72.73 - 35.14) \cdot 41.9 \frac{kN}{cm^2} + 35.14 cm^2 \cdot 41.2 \frac{kN}{cm^2} = 3023 kN$$

⇒ *Pressoflessione*: l'asse neutro non cade a metà dell'anima.

Determino area compressa e area tesa:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{plV,Rd}} = \frac{466.29 kN}{3023 kN} = 0.154 \quad (NTC08)$$

Calcolo la posizione dell'asse neutro:

$$A_{comp} = A \cdot \frac{1+n}{2} = 72.73 \frac{1+0.154}{2} = 41.97 cm^2$$

$$A_{traz} = A \cdot \frac{1-n}{2} = 72.73 \frac{1-0.154}{2} = 30.76 cm^2$$

Distanza dall'asse neutro dal bordo compresso

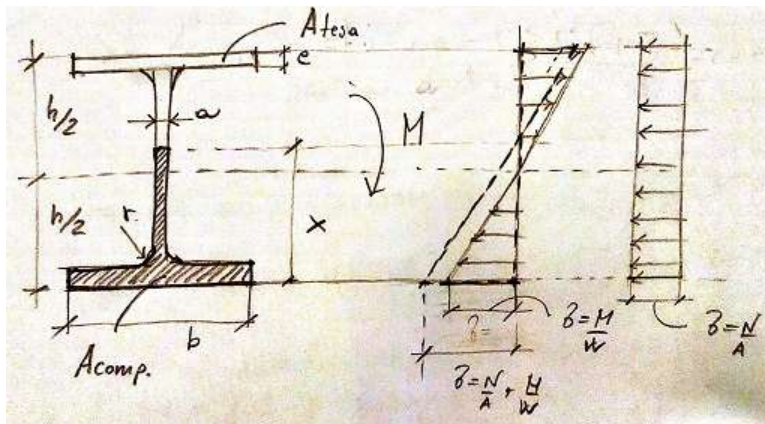


FIGURA 30: Calcolo asse neutro

$$A_{comp} - e \cdot b - r \cdot a - 0.5 \cdot r^2(4 - \pi) = x \cdot a - r \cdot a - e \cdot a$$

$$x = \frac{A_{comp} - e \cdot b - r \cdot a - 0.5 \cdot r^2(4 - \pi)}{a} + r + e =$$

$$\frac{41.97 - 1.27 \cdot 17 - 1.8 \cdot 0.8 - 0.5 \cdot 0.8^2 \cdot (4 - \pi)}{0.8} + 1.8 + 1.27 = 25 cm$$

Parti interne compresse						
Classe	Parte soggetta a flessione	Parte soggetta a compressione	Parte soggetta a flessione e a compressione			
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha-1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha-1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	quando $\psi > -1: c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67+0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1: c/t \leq 62\alpha(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$E = \sqrt{235/\bar{f}_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	430	460
ϵ		1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \leq -1$ si applica se la tensione di compressione $\sigma \leq \bar{f}_{yk}$ o la deformazione a trazione $\epsilon_y \geq \bar{f}_{yk}/E$

TABELLA 9: Massimi rapporti larghezza spessore per parti compresse.
 Tabella 4.2.I - NTC08

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{\bar{f}_{yk}}} = 0.731$$

$$c = h - 2(e + r) = 298.6 \text{ mm}$$

$$\alpha_c = x - e - r \Rightarrow \alpha = \frac{x-e-r}{c} = 0.735$$

$$\text{Se } \alpha > 0.5 \Rightarrow \frac{c}{t} = \begin{cases} \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha-1} = 33.89 \Rightarrow \text{Limite classe 1} \\ \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha-1} = 38.96 \Rightarrow \text{Limite classe 2} \end{cases}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{298.6}{8} = 37.325 \Rightarrow \text{Nei confronti dell'anima la sezione è di Classe 2}$$

Piattabande esterne						
Profilati laminati a caldo			Sezioni saldate			
Classe	Piattabande esterne soggette a compressione	Piattabande esterne soggette a flessione e a compressione				
		Con estremità in compressione		Con estremità in trazione		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)		$c/t \leq 14\epsilon$				
3	$c/t \leq 14\epsilon$	Per k_a vedere EN 1993-1-5				
$\epsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	420	460
	ϵ	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

TABELLA 10: Massimi rapporti larghezza spessore per parti compresse. Tabella 4.2.II - NTC08

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = 0.731$$

$$c = \frac{b-a}{2} - r = 63 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = \begin{cases} \leq 9\epsilon = 6.56 \Rightarrow \text{Limite classe 1} \\ \leq 10\epsilon = 7.31 \Rightarrow \text{Limite classe 2} \\ \leq 14\epsilon = 10.23 \Rightarrow \text{Limite classe 3} \end{cases}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{63}{12.7} = 4.96 \Rightarrow \text{Nei confronti dell'ala la sezione è di Classe 1.}$$

Pertanto la sezione nel complesso è di *Classe 2* (si prende sempre la minore tra ala e anima).

Verifica a pressoflessione

$$a = \frac{A-2 \cdot b \cdot e}{A} = \frac{72.73-2 \cdot 17 \cdot 1.27}{72.73} = 0.406$$

- Momento resistente plastico (tiene conto del taglio)

$$M_{pl,V,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot f_{yd} = \left(1019 \text{ cm}^3 - \frac{0.017 \cdot 35 \cdot 14^2 \text{ cm}^4}{4 \cdot 0.8} \right) \cdot 41.91 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 424.37 \text{ kNm}$$

- Momento resistente plastico (tiene conto della compressione)

$$M_{N,y,Rd} = \min \left(\frac{M_{pl,V,Rd}(1-n)}{1-0.5 \cdot a}; M_{pl,V,Rd} \right) = \min (424.37 \cdot 1.06; 424.37) = 424.37 \text{ kNm} > M_{Ed}$$

Verificato

Verifica della sezione C tratto AC

$$N_{Ed} = 0, V_{Ed} = |V_{C,sx}| = 550 \text{ kN}; M_{Ed} = |M_{C,sx}| = 272.7 \text{ kNm}$$

- Verifica a taglio

$$V_{R,pl} = A_{V,pl} \cdot \frac{f_{yk}}{\sqrt{3}} \cdot \gamma_{M0} = 850.12 \text{ kN} > V_{Ed} = 550 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{R,pl}} = 0.647 > 0.5$$

- Verifica a flessione

$$\rho = 2 \left(\frac{V_{Ed}}{V_{R,pl} - 1} \right)^2 = 0.086$$

$$M_{pl,v,Rd} = \left(W_{pl} - \rho \frac{A_{V,pl}^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot f_{yd} = 413 \text{ kNm} > M_{Ed} = 272.7 \text{ kNm}$$

2. Progetto pilastro

Nel progetto del pilastro trascuriamo il Momento flettente.

$$N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$$

$$N_{Ed} = 1030 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}$$

dove χ dipende dal tipo di sezione e dal tipo di acciaio \Rightarrow si calcola in funzione della snellezza.

Calcola l'area minima.

$$A_{min} = \frac{|N_{Ed}| \gamma_{M1}}{\chi_0 \cdot f_{yk}} = \frac{1030 \text{ kN} \cdot 1.05}{0.25 \cdot 44 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 98.32 \text{ cm}^2$$

dove $\chi_0 = 0.25$ è un valore di primo tentativo del parametro χ .

Scelta della sezione

Travi HEA ad ali larghe parallele - serie alleggerita UNI 5397-78

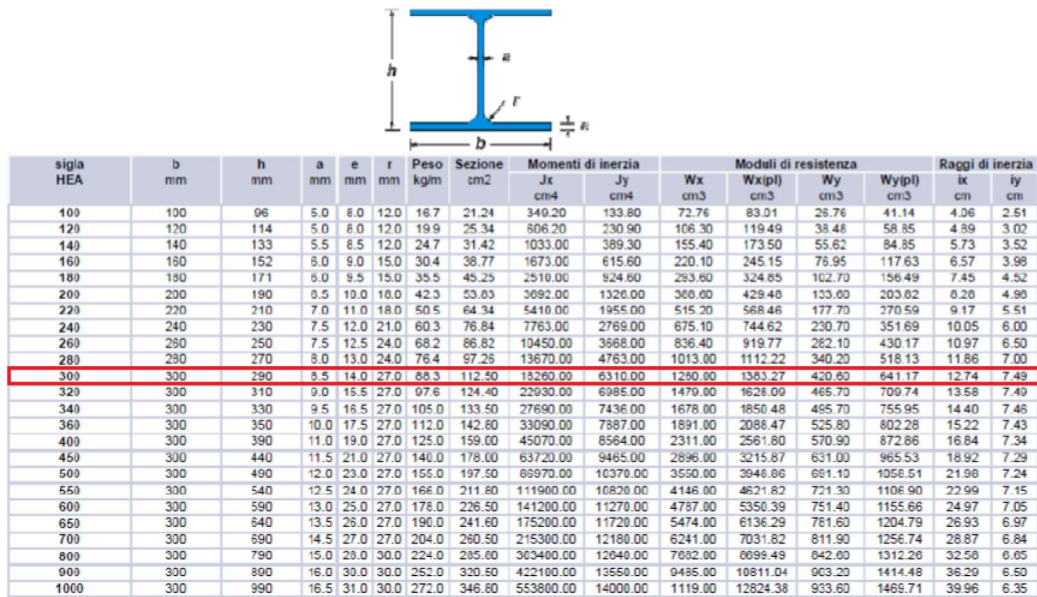


FIGURA 31: Sagomario - profili travi HEA ad ali larghe parallele. UNI 5397-78

Scelgo HEA 300.

La sezione è orientata con le ali parallele al piano di inflessione.

2.1 Calcolo la lunghezza libera d'inflessione

$$L_{0,yz} = \beta_y \cdot h = 1 \cdot 3.8 = 3.8 \text{ m}$$

Snellezza dell'asta:

$$\lambda_{yz} = \frac{L_{0,yz}}{i_y} = \frac{3800 \text{ mm}}{74.9 \text{ mm}} = 50.73$$

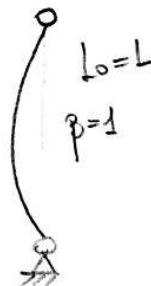
Snellezza critica:

$$\lambda_c = \pi \sqrt{\frac{E_s}{f_{yk}}} = 66.97$$

Snellezza adimensionale:

$$\lambda_{yz} = \frac{\lambda_{yz}}{\lambda_c} = \frac{50.73}{66.97} = 0.757$$

Fattore di imperfezione $\alpha_{yz} = 0.49$ (Tabella 4.2.VI - Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi di acciaio, per elementi compressi).



Calcolo il fattore Φ (NTC 08):

$$\begin{aligned} \Phi_{yz} &= 0.5 [1 + \lambda_{yz}^2 + \alpha_{yz}(\lambda_{yz} - 0.2)] = \\ &= 0.5 [1 + 0.757^2 + 0.49(0.757 - 0.2)] = 0.92 \end{aligned}$$

Calcolo il fattore χ :

$$\chi_{yz} = \frac{1}{\Phi_{yz} + \sqrt{\Phi_{yz}^2 - \lambda_{yz}^2}} = \frac{1}{0.92 + \sqrt{0.92^2 - 0.757^2}} = 0.68$$

2.2 Calcolo la lunghezza d'inflessione per la rotazione nel piano del disegno

$$L_{0,xz} = \beta_{xz} \cdot h = 0.8 \cdot 3.8 = 3.04 \text{ m}$$

Snellezza dell'asta:

$$\lambda_{xz} = \frac{L_{0,xz}}{i_x} = \frac{3040 \text{ mm}}{127.4 \text{ mm}} = 23.86$$

Snellezza adimensionale:

$$\lambda_{xz} = \frac{\lambda_{xz}}{\lambda_c} = \frac{23.86}{66.97} = 0.356$$

Fattore di imperfezione $\alpha_{xz} = 0.34$ (Tabella 4.2.IV - Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi di acciaio, per elementi compressi).

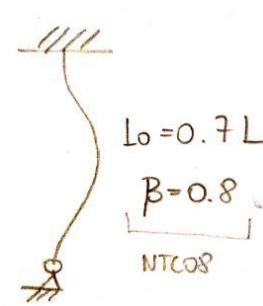
Calcolo il fattore Φ (NTC 08):

$$\Phi_{xz} = 0.5 [1 + \lambda_{xz}^2 + \alpha_{xz}(\lambda_{xz} - 0.2)] = 0.59$$

Calcolo il fattore χ :

$$\chi_{xz} = \frac{1}{\Phi_{xz} + \sqrt{\Phi_{xz}^2 - \Phi_{xz}}} = 0.94$$

$$\chi = \min(\chi_{xz}; \chi_{yz}) = 0.68$$



Calcolo dello sforzo assiale resistente all'instabilità dell'equilibrio

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 0.68 \cdot 112.5 \text{ cm}^2 \cdot \frac{44 \text{ kN cm}^2}{1.05} = 3248 \text{ kN}$$

Carico critico per flessione nel piano del disegno:

$$N_{cr} = \pi^2 \cdot E_s \cdot \frac{J_x}{l_{0,xz}^2} = \pi^2 \cdot 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{18260 \text{ cm}^4}{304^2 \text{ cm}^2} = 39000 \text{ kN}$$

Se non volessimo trascurare il momento flettente:

Verifica a presso flessione

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{M_{eq}}{f_{yd} \cdot W_{x,pl} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}\right)} = 0.76 < 1 \quad \text{Verificato}$$

Momento equivalente: $M_{eq} \Rightarrow$ Circolare 2009 (NTC 08)

$$M_{eq} = 1.3 \cdot M_{m,Ed} \quad (\text{C 4.2.33})$$

$$0.75 \cdot M_{max,Ed} \leq M_{eq} \leq M_{max,Ed}$$

$$M_{m,Ed} = \frac{1}{h} \int_0^h M_p(x) dx$$

$$\text{Nel nostro caso: } M_{m,Ed} \approx 0.8 \cdot M_{Ed,max}$$