

ES - TdC 23/11/2017

- CEMENTO ARMATO : 1) ESEGUIRE LA VERIFICA A FLESSIONE IN CAMPO ELASTICO in campata BC
- 2) ESEGUIRE LA VERIFICA DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE nell'appoggio B

su cui gravano:

DATI:

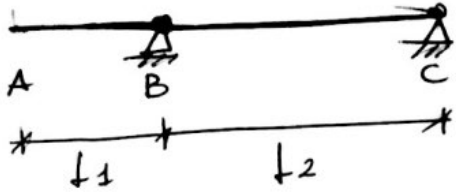
$L_1 = 1,8 \text{ m}$

$L_2 = 4,5 \text{ m}$

$G_{k1} = 13 \text{ kN/m}$

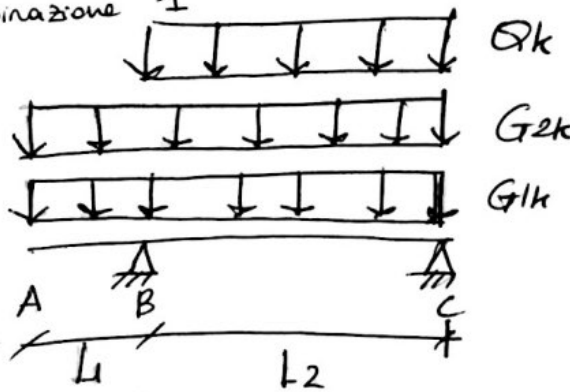
$G_{k2} = 15 \text{ kN/m}$

$Q_k = 10 \text{ kN/m}$

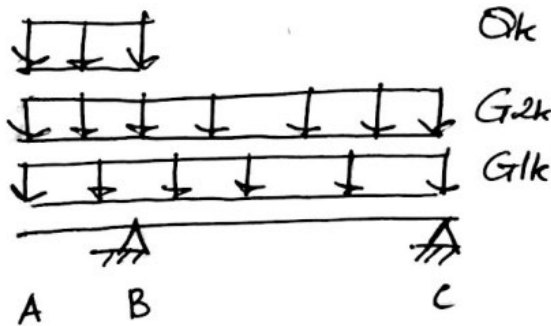


COMBINAZIONI:

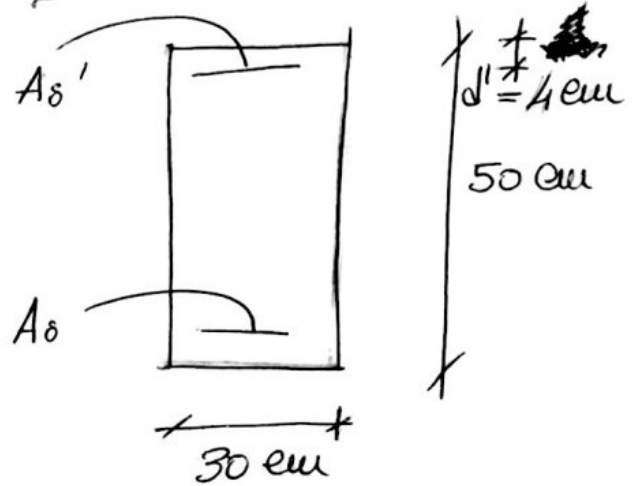
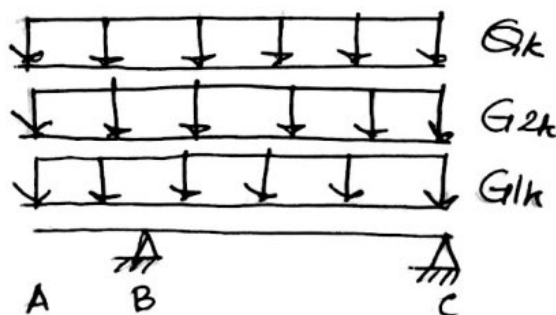
Combinazione 1



Combinazione 2:



Combinazione 3:



In campata BC:

$A_s = 5 \phi 20$

$A_{s'} = 2 \phi 20$

In appoggio B:

$A_s = 3 \phi 20$

$A_{s'} = 2 \phi 20$

MATERIALI

Acciaio: B450C

CIS :  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

↑  
resistenza cilindrica a compressione caratteristica

SVOLGIMENTO :

1) MATERIALI EAP. 11 (NTC08)

$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 38 \text{ MPa}$  (Resistenza media a compressione del CLS)

$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2,9 \text{ MPa}$  (Resistenza media a trazione del CLS)

$E_c = 22.000 \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 32836,6 \text{ MPa}$  (Modulo Elastico del CLS)

$E_s = 200.000 \text{ MPa}$  (Modulo Elastico dell'acciaio)

Coeff. di omogeneizzazione  $n = 15$

2) COMBINAZIONE DI CARICO EAP. 2 (NTC08)

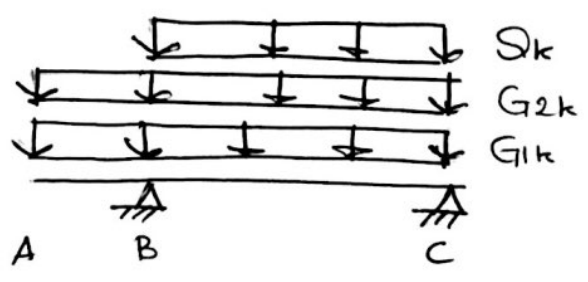
• Comb. caratteristica RARA → stati limite di esercizio (SLE) irreversibili (verifiche alle tensioni amm.)  
 $G_1 + G_2 + S_{k1} + \cancel{S_{k2}}$

• Comb. FREQUENTE → stati limite di esercizio (SLE) reversibili  
 $G_1 + G_2 + \psi_{11} S_{k1} + \cancel{\psi_{22} S_{k2}}$   
 $\psi_{11} = 0,5$  (USO RESIDENZIALE)  
 $\psi$ : TAB. 2.5.I dipendono dalla CATEGORIA e dall'AZIONE VARIABILE

• Comb. QUASI PERMANENTE → effetti a LUNGO TERMINE  
 $G_1 + G_2 + \psi_{21} S_{k1} + \cancel{\psi_{22} S_{k2}}$   $\psi_{21} = 0,3$  (USO RESIDENZIALE)

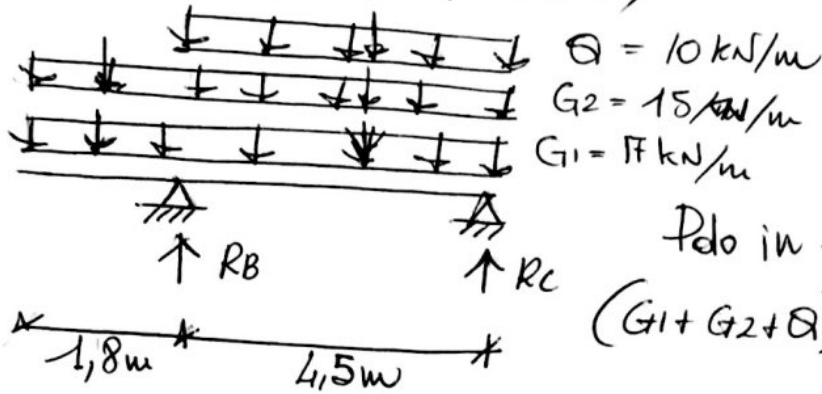
ESERCIZIO 1

Si considera la combinazione per la quale si ha il MOMENTO MASSIMA in campata BC → COMBINAZIONE 1



↓  
RARA  
Campata BC:  
 $G_1 + G_2 + S_{k1} = 42 \text{ kN/m}$   
Tratto AB:  
 $G_1 + G_2 = 32 \text{ kN/m}$

REAZIONI VINCOLARI (Comb. 1)



Eq. alla rotazione

Polo in C:

$$(G_1 + G_2 + Q) \cdot \frac{L_2^2}{2} - R_B \cdot L_2 + (G_1 + G_2) \cdot L_1 \cdot \left( L_2 + \frac{L_1}{2} \right) = 0$$

$$\frac{1}{4.5m} \left( 42 \frac{\text{kN}}{m} \cdot \frac{4.5^2 m^2}{2} + 32 \frac{\text{kN}}{m} \cdot 1.8m \cdot 5.4m \right) = R_B$$

$$\frac{1}{4.5m} (425.25 \text{ kNm} + 311.04) \text{ kNm} = R_B \rightarrow R_B = 163.62 \text{ kN}$$

Eq. alla trasl. VERT.

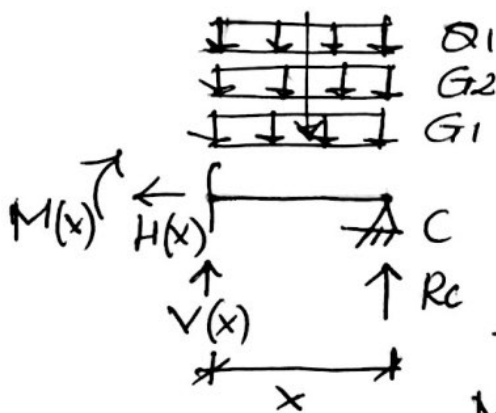
$$(G_1 + G_2) (L_1 + L_2) + Q \cdot L_2 = R_B + R_C$$

$$32 \frac{\text{kN}}{m} \cdot 6.3m + 10 \frac{\text{kN}}{m} \cdot 4.5m - 163.62 \text{ kN} = R_C$$

$$201.6 \text{ kN} + 45 \text{ kN} - 163.62 \text{ kN} = R_C = 82.98 \text{ kN}$$

SOLLECITAZIONI

TRATTO BC



Eq. trasl. VERT.

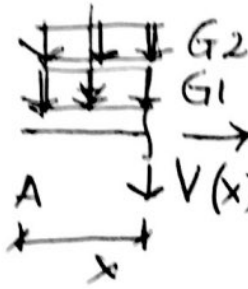
$$R_C - (G_1 + G_2 + Q_1) x + V(x) = 0$$

$$V_{BC}(x) = 42x - 83$$

Eq. ROTAZIONE (Polo in S)

$$-M(x) - (G_1 + G_2 + Q) \frac{x^2}{2} + R_C x = 0$$

$$M_{BC}(x) = 83x - 21x^2$$



Eq. Trasl. VERT.

$$V(x) + (G1 + G2)x = 0$$

$$V_{AB}(x) = -32x$$

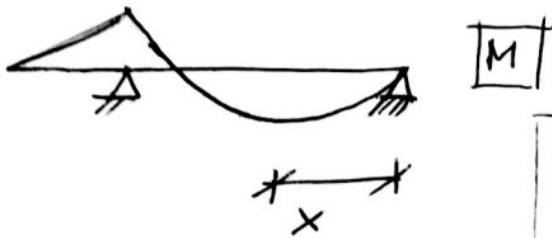
Eq. rot. (polo nel taglio)

$$M(x) + (G1 + G2) \frac{x^2}{2} = 0$$

$$M_{AB}(x) = -16x^2$$

Sollecitazione:

Punto in cui il momento in campata è massimo:



$$V_{BC}(x) = 0 \rightarrow x_{max} = 1,98 \text{ m}$$

$$M_{BC \text{ max, RARA}} = M_{BC}(1,98 \text{ m}) = 82 \text{ kNm}$$

$$M_{B \text{ max, RARA}} = M_B(1,8 \text{ m}) = -51,8 \text{ kNm}$$

Comb. caratt. RARA

Ripetendo i calcoli per la Comb. FREQUENTE e QUASI PERMANENTE, si ottiene:

- Comb. FREQUENTE

$$M_{BC \text{ max, FREQ.}} = 69,5 \text{ kNm}$$

- Comb. QUASI PERM.

$$M_{BC \text{ max, QUASI PERM.}} = 64,6 \text{ kNm}$$

~~Calcoliamo~~ Calcoliamo il MOMENTO DI FESSURAZIONE che definisce il passaggio dalla FASE I (stadio I) alla FASE II (stadio I) in cui la sezione risulta parzialmente:

FASE I → sezione interamente REAGENTE  
 ↓  
 variazione delle tensioni lineare



$$= \frac{h^3}{24} \cdot b - \left(-\frac{h^3}{24} b\right) + (y_c - d')^2 n A_s' + (y_c - d)^2 n A_s =$$

$$= \frac{bh^3}{12} + (y_c - d')^2 n A_s' + (y_c - d)^2 n A_s =$$

$$= \frac{30 \cdot 50^3}{12} + (26,62 - 4)^2 \cdot 15 \cdot 6,28 + (26,62 - 46)^2 \cdot 15 \cdot 15,7 =$$

$$= 312500 \text{ cm}^4 + 48198,8 \text{ cm}^4 + 88450,1 \text{ cm}^4 =$$

$$= 449148,9 \text{ cm}^4$$

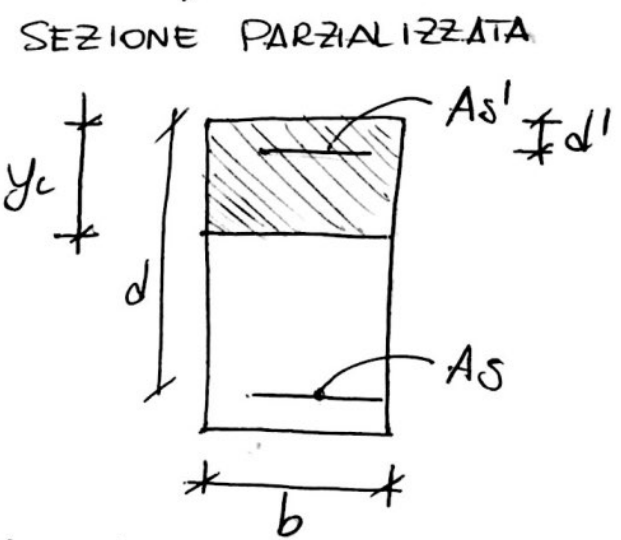
$$M_F = \frac{0,244 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 449148,9 \text{ cm}^4}{(50 - 26,62) \text{ cm}} = 46,87 \text{ kNm}$$

Abbiamo superato il momento di FESSURAZIONE → siamo in fase II

MOMENTO DI SNERVAMENTO

$$M_y = \frac{f_{yd} \cdot I^{\textcircled{2}}}{n(d - y_c)}$$

ASSE NEUTRO



$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450 \text{ MPa}}{1,15} = 391,3 \text{ MPa}$$

$$I^{\textcircled{2}} = \int_0^{y_c} y b dy + (y_c - d') n A_s' + (y_c - d) n A_s =$$

$$= \frac{y_c^2}{2} b + n A_s' (y_c - d') + n A_s (y_c - d) =$$

$$= y_c^2 \frac{b}{2} + y_c (n A_s' + n A_s) - (n A_s' d' + n A_s d)$$

Calcolare  $y_c \rightarrow S^{\textcircled{2}} = 0$   $ax^2 + bx + c = 0$

Eq. di II grado 
$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$15y_c^2 + 329,7 y_c - 11209,8 = 0$$

$$y_c = \frac{-329,7 \pm \sqrt{329,7^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-11209,8)}}{2 \cdot 15} =$$

$$y_c = \frac{-329,7 \pm 883,91}{30} \quad \text{18,47 cm}$$

Calcolo il MOMENTO D'INERZIA rispetto all'asse neutro della sezione PARZIALIZZATA:

$$I^{\textcircled{2}} = \frac{1}{3} y_c^3 b + n [A_s (d - y_c)^2 + A_s' (y_c - d')] = 261'300 \text{ cm}^4$$

### VERIFICA DELLE TENSIONI in Campata BC

Cap. 4 (NTCOR)  $\rightarrow$  Le TENSIONI nel CLS e nell'ACCIAIO devono essere inferiori a ...

TENSIONE MASSIMA di COMPRESSIONE nel CLS in condizioni di ESERCIZIO:

~~Quasi perm.~~  $\sigma_c < 0,6 f_{ck}$  Comb. RARA

$\sigma_c < 0,45 f_{ck}$  Comb. QUASI PERM.

TENSIONE MASSIMA dell'ACCIAIO in cond. di ESERCIZIO:

$\sigma_s < 0,8 f_{yk}$  Comb. RARA

# TENSIONI MASSIME di Compressione CLS

$$\sigma_{c, \max, RARA} = \frac{|M_{BC \max, RARA}|}{I^{(2)}} y_c = 5,8 \text{ MPa} < 0,6 f_{ck} \quad \parallel \quad 18,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c \max, \text{QUASI PERM.}} = \frac{|M_{BC \max, \text{QUASI PERM.}}|}{I^{(2)}} y_c = 4,6 \text{ MPa} < 0,45 f_{ck} \quad \parallel \quad 13,5 \text{ MPa}$$

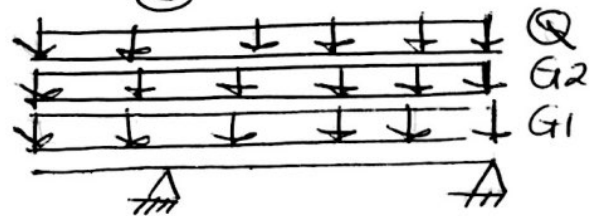
## TENSIONI MASSIME di TRAZIONE, armatura tesa

$$\sigma_{s \max, RARA} = \frac{|M_{BC \max, RARA}|}{I^{(2)}} y_s (d - y_c) = 129,5 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} \quad \parallel \quad 360 \text{ MPa}$$

### QUESITO 2

VERIFICA AMPIEZZE FESSURE in ~~combinazione~~ APPOGGIO  $\downarrow$  Combinazione?

$$E_{cm} = 32836 \text{ MPa}$$
$$f_{ctm} = 2,9 \text{ MPa}$$
$$d_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 6,09$$



STATI LIMITE DI FESSURAZIONE  $\rightarrow$  Tab. 4.1. IV

Sono funzione:

- CONDIZIONI AMBIENTALI  $\rightarrow$  ORDINARIE  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Aggressive} \\ \text{Molto aggressive} \end{array} \right.$
- COMBINAZIONE DI AZIONI  $\rightarrow$  FREQUENTE QUASI PERMANENTE
- ARMATURA  $\rightarrow$  POCO SENSIBILE

Gli acciai da CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO sono SENSIBILI.



- STATO LIMITE di APERTURA delle FESSURE, data la combinazione scelta viene calcolato in funzione:

- CONDIZIONI AMBIENTALI
- SENSIBILITÀ DELL'ARMATURA ALLA CORROSIONE

Dobbiamo verificare:

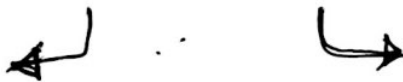
- COMB. FREQUENTE  $W_d \leq W_3 = 0,4 \text{ mm}$
- COMB. SUASI PERMANENTE  $W_d \leq W_2 = 0,3 \text{ mm}$

### CALCOLO L'AMPIEZZA DELLE FESSURE

C4.1.2.2.4 (CIRCOLARE 2009)

$$W_d = \epsilon_{sm} \cdot \Delta s_{max}$$

DEFORMAZIONE  
MEDIA UNITARIA  
DELLE BARRE



MASSIMA DISTANZA  
TRA LE FESSURE

### MASSIMA DISTANZA TRA LE FESSURE

$$\Delta s_{max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

$\phi$ : diametro delle BARRE

Se ci sono barre con diametro differente si raccomanda di utilizzare DIAMETRO EQUIVALENTE:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}$$

$$\Delta s_{max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

DISTANZA  
MASSIMA TRA LE  
FESSURE

C : è il RICOPRIMENTO DELL'ARMATURA

$$c = d' - \frac{\phi}{2} = 30 \text{ mm}$$

$$k_1 = \begin{cases} 0,8 & \text{barre ADERENZA MIGLIORATA} \\ 1,6 & \text{barre ~~lisce~~ LISCE} \end{cases}$$



$$k_2 = \begin{cases} 0,5 & \text{in caso di FLESSIONE} \\ 1 & \text{in caso di TRAZIONE SEMPLICE} \end{cases}$$

$$k_3 = 3,4$$

$$k_4 = 0,425$$

PERCENTUALE DI ARMATURA IN TRAZIONE

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

AREA EFFICACE CIS TESO intorno all'armatura

$$A_{c,eff} = b \cdot \min \left[ 2,5 \cdot (h - d), \frac{h - y_c}{3}, \frac{h}{2} \right] = 300 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{eff} = 0,052$$

$$\Delta s_{max} = 167,4 \text{ mm}$$

### DEFORMAZIONE MEDIA UNITARIA DELLE BARRE

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_E \rho_{eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$\sigma_s$  : TENSIONE NELL'ARMATURA TESA VOLUTATA Considerando la SEZIONE FESSURATA

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_E \rho_{eff})}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

~~W~~  $\uparrow$  DEFORMAZIONE MEDIA UNITARIA DELLE BARRE

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff.}} ; A_{c,eff.} = b \cdot \min \left[ 2,5 (h-d), \frac{h-y_c}{3}, \frac{h}{2} \right] = 300 \text{ cm}^2$$

$k_t$  : dipende dalla DURATA DEL CARICO  
 $k_t = 0,6$  CARICHI DI BREVE DURATA  
 $k_t = 0,4$  CARICHI DI LUNGA DURATA

$\sigma_s$  deve essere calcolata per :  
 - COMB. FREQUENTE  
 - COMB. QUASI PERMANENTE

~~W~~ 
$$\sigma_{s,max,FREQ} = \frac{n \cdot |M_{B,max,FREQ}|}{I^{(2)}} \cdot (d - y_c)$$

$$\sigma_{s,max,QUASI\ PERM.}^* = \frac{n \cdot |M_{B,max,QUASI\ PERM.}|}{I^{(2)}} (d - y_c)$$

I momenti flettenti sono stati ricalcolati in riferimento alla COMBINAZIONE 3, che produce momento massimo in B:

$$M_{B,max,FREQ.} = 60 \text{ kNm}$$

$$M_{B,max,QUASI\ PERM.} = 56,5 \text{ kNm}$$

→ Calcolare  $I^{(2)}$  e  $y_c$  nella sezione di appoggio (B)

$$\sigma_{s \max, \text{FREQ}} = 94,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s \max, \text{QUASI PERM}} = 89,3 \text{ MPa}$$

### DEFORMAZIONE MEDIA UNITARIA DELLE BARRE

$$E_{sm \text{ FREQ.}} = 3,98 \cdot 10^{-4} \geq 0,6 \frac{\sigma_{s \text{ FREQ}}}{E_s} = 3,29 \cdot 10^{-4}$$

$$E_{sm \text{ QUASI PERM.}} = 3,7 \cdot 10^{-4} \geq 0,6 \frac{\sigma_{s \text{ QUASI PERM}}}{E_s} = 3,06 \cdot 10^{-4}$$

### VALORE DELL'APERTURA DELLE FESSURE

$$w_{d \text{ FREQ.}} = E_{sm \text{ FREQ.}} \cdot \Delta s_{\max} = 0,067 \text{ mm} < w_3 = 0,4 \text{ mm}$$

$$w_{d \text{ QUASI PERM.}} = E_{sm \text{ QUASI PERM.}} \cdot \Delta s_{\max} = 0,062 \text{ mm} < w_2 = 0,3 \text{ mm}$$